

¿Cuan probables son las coincidencias observadas en el referéndum revocatorio venezolano?

9 de Septiembre, 2004

por

J. Jiménez¹, R. Jiménez² y A. Marcano¹

¹Universidad Central de Venezuela y ²Universidad Simón Bolívar

Resumen. Se estudian algunos aspectos de los datos correspondientes a valores repetidos en diferentes máquinas de votación de un mismo centro, durante el referendo revocatorio venezolano. Explicamos como un análisis de re-muestreo no-paramétrico permite concluir que existen evidencias empíricas como para no aceptar la hipótesis de que las repeticiones corresponden al azar. Nuestra exposición pretende ser de carácter divulgativo y presenta resultados parciales del trabajo titulado *Sobre la Repetición de Resultados en el Proceso Refrendario del 15-A*, expuesto en el *Ciclo de Seminarios sobre Análisis Estadístico del Proceso Refrendario del 15 de Agosto*, organizado por la Universidad Central de Venezuela y la Universidad Simón Bolívar.

1. Introducción

El presente trabajo obedece a la necesidad de divulgar algunos resultados que consideramos interesantes, para la comunidad universitaria no especializada, de nuestro trabajo titulado *Sobre la Repetición de Resultados en el Proceso Refrendario del 15-A*; expuesto en el *Ciclo de Seminarios sobre Análisis Estadístico del Proceso Refrendario del 15 de Agosto*, organizado por la Universidad Central de Venezuela y la Universidad Simón Bolívar. Algunos puntos de interés teórico, discutidos en el seminario, no son incluidos en este trabajo para preservar su carácter divulgativo. A pesar de ello, suponemos que el lector posee conocimientos de Teoría de Probabilidades y Estadística al nivel de un egresado universitario de una carrera científica o tecnológica de nuestras casas de estudio. También, conocimientos elementales acerca de la logística que rigió el acto de votación.

En referencia a las repeticiones de votos por el SI y el NO en varias máquinas de un mismo centro, algunos técnicos emitieron, a través de diversos medios de comunicación, frases imprecisas, tales como que “la repetición de resultados es estadísticamente probable” o, al contrario, que “son imposibles estadísticamente”. Una de las principales motivaciones del presente trabajo fue la de establecer un criterio técnico que permitiese evaluar cuan probables son las repeticiones observadas.

Si bien es cierto que la probabilidad de coincidencia en el número de votos por el SI entre distintas máquinas de votación de un mismo centro puede no ser pequeña, no es menos cierto que el hecho de que este fenómeno haya sido tan frecuente sugirió, a una buena parte de la opinión pública, la posibilidad de que los números no correspondiesen al modelo de asignación aleatoria del proceso refrendario. Esta hipótesis es estudiada usando un método de re-muestreo (*bootstrap*) no-paramétrico. En las secciones siguientes explicaremos de que se trata el método, como lo aplicamos y a que conclusiones llegamos.

2. Sobre el modelo de asignación aleatoria de votantes

Consideremos un centro con m máquinas de votación, $m \geq 2$. Sea a_i el número de inscritos asignados a la i -ésima máquina, o tamaño de la máquina, y $a = a_1 + a_2 + \dots + a_m$, el número de inscritos asignados al centro, o tamaño del centro. Sea N el número de votantes que asisten al centro para votar por la opción NO, S el número que asiste para votar por la opción SI y $V = N + S$, el total de votantes que asisten al centro. Consideremos ahora las variables:

N_i = número de votos por la opción NO en la i -ésima máquina

S_i = número de votos por la opción SI en la i -ésima máquina

$V_i = N_i + S_i$ = número de votos en la i -ésima máquina

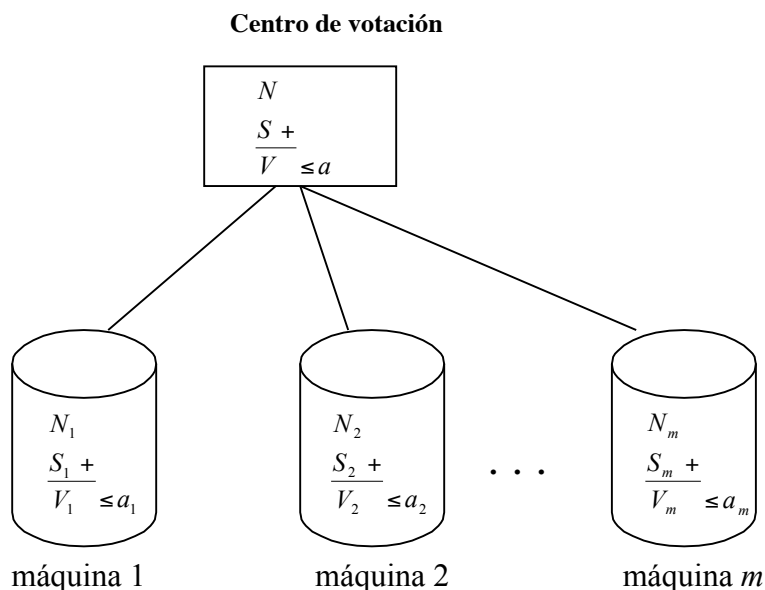


Figura 1. Modelo de asignación del proceso referendario Venezolano.

Si por razones que no vienen al caso discutir, se es muy escéptico y se quiere descartar toda la información distinta a los resultados del acto electoral (por ejemplo: exit polls y datos sobre las firmas para la solicitud del referendo); en términos estadísticos, las acusaciones de intervención al sistema automatizado solo pueden ser sustentadas probando que los datos oficiales no corresponden a observaciones verosímiles de los vectores aleatorios (N_1, N_2, \dots, N_m) y (S_1, S_2, \dots, S_m) . En otras palabras, cualquier denuncia debe ser sustanciada contrastando, hasta que punto, los resultados oficiales pueden corresponder con la asignación aleatoria que debió regir el acto de votación.

En principio, esto puede hacerse de dos maneras. Una es mediante el ajuste de modelos estadísticos que, debido a la elevada polarización política que se traduce en variaciones fuertes de las distribuciones de N y S de un centro a otro (inclusive en centros pertenecientes a una misma parroquia), deben basarse en distribuciones mezcladas. En este sentido, algunos grupos de investigación han reportado comunicaciones privadas con avances en esta dirección. Sin embargo, todos los trabajos al respecto que han sido difundidos por los medios de comunicación son débiles y usan hipótesis estadísticas que no han sido contrastadas, hasta el día de hoy.

La otra opción, que es la que nosotros desarrollamos, es usar técnicas de re-muestreo no-paramétrico, que son siempre alternativas muy útiles en situaciones en las que el modelaje es

complejo. El viejo lema de divide y vencerás: básicamente la idea es condicionar respecto a un subconjunto de variables, de manera que conozcamos las distribuciones condicionales del complemento. Así, condicionando respecto a ciertos valores observados, se pueden simular fluctuaciones de un conjunto de variables en estudio. Esto permite estudiar cuan verosímiles son las observaciones respecto a las fluctuaciones simuladas.

El informe de Felten *et al* [1] es un excelente ejemplo de aplicación de re-muestreo no-paramétrico al problema en discusión. En su informe, los autores condicionan en cada centro respecto a (V_1, V_2, \dots, V_m) ; esto es, respecto a los votos observados por máquina; y dejan fluctuar los valores del resto de las variables, es decir de los votos por el NO y por el SI en cada máquina. Formalmente, lo que ellos hacen se conoce en estadística como Test de Permutación: los autores *barajan* los votos por el SI y por el NO, haciendo que el número de votos por máquina coincida con la data. Como los mismos autores afirman, si el vector (V_1, V_2, \dots, V_m) corresponde a una realización aleatoria del proceso referendario, sus simulaciones pueden ser comparadas con los datos del acto electoral y en ese caso puede estudiarse estadísticamente cuan verosímil es la data. Formalmente, ellos practican una test para contrastar la hipótesis nula de que las repeticiones de votos por el SI, en diferentes máquinas de votación de un mismo centro, son producto del azar; asumiendo que los votos observados por máquina corresponden a una realización aleatoria (no intervenida) del referéndum.

En vista de que la aleatoriedad de los votos por el SI y por el NO de cada máquina está en duda, parece inapropiado basar el test de permutaciones sobre el supuesto de que los votantes de un centro fueron asignados aleatoriamente a las máquinas de votación. Una de las motivaciones de nuestro trabajo es corregir esta situación dejando fluctuar también el número de votos por máquina. Esto se ajusta a la parsimonia estándar del método de re-muestreo: dejar fluctuar las variables bajo análisis y condicionar en las restantes. Afortunadamente, condicionando respecto a N y S , es decir a los votos por el NO y por el SI del centro, no necesitamos entrar en los complejos problemas de modelaje que antes mencionamos, ya que mantendremos, en cada centro, la proporción observada de votos para cada una de las opciones.

Dados N y S , podemos simular las variables aleatorias bajo estudio; esto es los vectores (N_1, N_2, \dots, N_m) , (S_1, S_2, \dots, S_m) y (V_1, V_2, \dots, V_m) ; *barajando* los votantes del centro y *repartiéndolos* en las m máquinas. En vista de que las máquinas tienen distintos tamaños, los votantes se reparten proporcionalmente al tamaño de cada máquina. Una manera de describir el procedimiento es la siguiente:

Se listan N NO's y S SI's y se permutan aleatoriamente. Esto se conoce en la jerga estadística como *barajar*. Ahora vamos a explicar como *repartir* proporcionalmente al tamaño de las máquinas. Se toma una muestra aleatoria de $N + S$ números del conjunto total de inscritos $\{1, \dots, a\}$. Con o sin repetición, la diferencia no afecta el resultado de nuestros análisis. Y hacemos

$$V_1 = \# \{ \text{elementos de la muestra} \leq a_1 \}$$

Para $i \geq 2$ hacemos

$$V_i = \# \{ \text{elementos de la muestra en el intervalo } (a_1 + a_2 + \dots + a_{i-1}, a_1 + a_2 + \dots + a_i] \}$$

Entonces, los primeros V_1 votos de la lista permutada se asignan a la primera máquina, los siguientes V_2 a la segunda máquina, \dots , los últimos V_m a la última máquina.

La siguiente figura ilustra el procedimiento:

Votos de la lista permutada asignados a la máquina 3

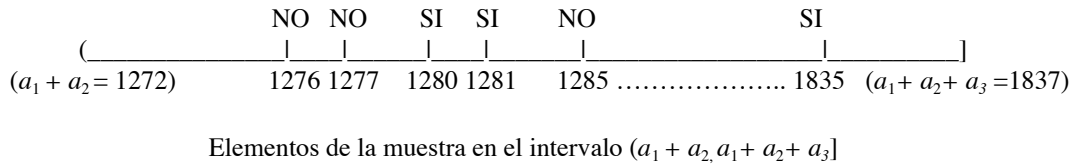


Figura 2. Ejemplo de como se barajan y reparten los votos por máquina.

Puesto que en cada centro hacemos que N y S coincidan con los datos oficiales, las simulaciones nos permiten hacer estadística para determinar cuan probables son las repeticiones observadas. Si bien es también cierto que podemos pecar de ingenuos al estar asumiendo que los votos de los centros son producto del azar, nuestro supuesto es más débil que el considerado por Felten *et al* en su análisis. Otras diferencias, y sus razones, de nuestro análisis son explicadas en el transcurso de nuestra exposición.

3. Análisis estadístico

Usando los datos oficiales del referéndum revocatorio, calculamos la proporción $p(S|k)$ de centros con k máquinas donde se observó al menos una coincidencia de votos por el SI. Lo mismo hicimos para la proporción $p(N|k)$ de centros con al menos una coincidencia de votos por el NO y para la proporción $p(V|k)$ de centros con k máquinas con al menos una coincidencia de número de votantes por máquina. Para el cálculo de estas proporciones, solo consideramos centros totalmente automatizados, es decir, donde no hubo ningún cuaderno de votación manual. El resultado de nuestros cálculos se muestra en la siguiente tabla:

Centros con k máquinas	Número de centros	$p(S k)$	$p(N k)$	$p(V k)$
2	1044	0,030651	0,016284	0,018199
3	820	0,074390	0,051220	0,045122
4	667	0,175412	0,103448	0,094453
5	499	0,192385	0,174349	0,118236
6	380	0,323684	0,260526	0,231579
7	301	0,378738	0,328904	0,265781
8	209	0,406699	0,401914	0,330144
9	110	0,518182	0,463636	0,363636
10	54	0,666667	0,574074	0,537037
11	41	0,780488	0,585366	0,585366
12	19	0,789474	0,578947	0,421053
13	12	0,916667	0,666667	0,500000
14	4	1,000000	1,000000	0,500000
15	4	1,000000	1,000000	1,000000
16	2	1,000000	1,000000	0,500000
17	2	1,000000	1,000000	0,000000

Tabla 1. Probabilidades de al menos una coincidencias en máquinas de un mismo centro.

Los centros con 12 máquinas o más son pocos como para soportar un análisis comparativo severo. Una regla de oro, practicada en muchos análisis categóricos, es que haya 20 o más

observaciones por categoría. Vamos a restringir nuestro análisis comparativo a los centros que tienen a los sumo 11 máquinas.

Usando el método de re-muestreo descrito en la sección anterior, repetimos 1238 votaciones simuladas, por usar el mismo número considerado por Felten *et al* [1]. Es bien conocido que los promedios, de las proporciones observadas en cada votación simulada, son excelentes estimadores de sus valores esperados. Es decir, de:

- $p_0(S|k)$ = proporción esperada de centros con k máquinas con al menos una coincidencia de votos por el SI,
- $p_0(N|k)$ = proporción esperada de centros con k máquinas con al menos una coincidencia de votos por el NO y
- $p_0(V|k)$ = proporción esperada de centros con k máquinas con al menos una coincidencia del número de votantes por máquina.

Estos valores esperados pueden ser estimados con mucha precisión promediando las tablas de proporciones, tablas tipo Tabla 1, de las votaciones simuladas. Nuestros resultados arrojaron las siguientes estimaciones:

Centros son k máquinas	$p_0(S k)$	$p_0(N k)$	$p_0(V k)$
2	0,022476	0,018927	0,013121
3	0,065123	0,053266	0,037648
4	0,123812	0,097960	0,068268
5	0,183614	0,153198	0,106328
6	0,260405	0,215707	0,151645
7	0,329993	0,291344	0,201410
8	0,412102	0,365445	0,252444
9	0,494154	0,446475	0,312454
10	0,575150	0,520329	0,378148
11	0,641553	0,605105	0,419087

Tabla 2. Probabilidades de al menos una coincidencias en máquinas de un mismo centro.

Ciertamente, estas proporciones esperadas de coincidencias no son tan pequeñas como algunos creían. Sin embargo, a simple vista se ve puede observar que las proporciones observadas en el referéndum del 15 de agosto (Tabla 1) tienden a ser más grandes que sus valores esperados (Tabla 2). Una manera sencilla de contrastar cuan grandes son las proporciones observadas en la votación real es realizando un test de rangos. El test consiste en lo siguiente:

Para cada categoría, comparamos la proporción de cada votación simulada con la de la votación verdadera y contamos cuantas simulaciones produjeron una proporción menor. Esto es lo mismo que comparar las cantidades de centros con al menos una coincidencia, que es lo que han hecho hasta ahora los estudios de simulación reportados, entre ellos el de Felten *et al*. Una diferencia adicional, a la discutida en la sección anterior, que tienen estos estudios con nuestro análisis es que ellos agrupan todos los centros de votación con al menos una coincidencia. Nosotros contamos centros con al menos una coincidencia por categorías (centros con igual número de máquinas). Contar por categoría es lo estándar cuando se sospecha que puede existir un problema de *enmascaramiento*. Este es el término que a veces se usa en la argot para expresar el efecto que una variable puede tener para encubrir características de otra. En nuestro caso, dependiendo el número de máquinas, las probabilidades de coincidencias de los centros puede ser más grande o más pequeña. La suma de centros con coincidencias puede encubrir el posible comportamiento

atípico de algunas categorías. Para verlo de una manera elemental, supongamos que en los centros con 4 máquinas hubiera un número inverosímilmente grande de coincidencias pero que en los de 8 máquinas hubiera un número verosímil, por ejemplo cercano al promedio. Es muy probable que la suma sea grande pero verosímil, como de hecho ocurre en las simulaciones de Felten *et al.* En una situación como la descrita podríamos no percatarnos de lo extremo que puede ser el caso con 4 máquinas si no vemos su comportamiento por separado.

Los valores de la tabla número 3 representan las probabilidades empíricas de que una votación aleatoria (no intervenida) tenga una proporción más grande, es decir más centros con al menos una coincidencia, que las observadas el día del referéndum.

Centros con k máquinas	$q(S k)$	$q(N k)$	$q(V k)$
2	0.032310	0.774637	0.063813
3	0.123586	0.612278	0.155897
4	0	0.288368	0.008078
5	0.311793	0.103393	0.168013
6	0.000808	0.020194	0
7	0.034733	0.066236	0.000808
8	0.572698	0.152666	0.007270
9	0.335218	0.323910	0.090468
10	0.096931	0.163974	0.013732
11	0.042003	0.658320	0.021809

Tabla 3. p -valores empíricos para coincidencias por centro.

Para que no quede lugar a dudas lo que representa la tabla, la describiremos con un poco más de exactitud. Sea P_{1238} la probabilidad empírica basada en la muestra de 1238 votaciones simuladas. Sea X_k el número de centros con al menos una coincidencia de votos por el SI, en centros automatizados con k máquinas, en una votación aleatoria (no intervenida). Llamaremos Y_k y Z_k a las variables aleatorias correspondientes al número de centros con al menos una coincidencia de votos por el NO y del número de votantes. Los valores de la Tabla 3, conocidos como p -valores empíricos, pueden ser definidos formalmente de la siguiente manera:

$$q(S|k) = P_{1238}(X_k \geq \text{número de centros con } k \text{ máquinas que tuvieron al menos una coincidencia de SI's})$$

$$q(N|k) = P_{1238}(Y_k \geq \text{número de centros con } k \text{ máquinas que tuvieron al menos una coincidencia de NO's})$$

$$q(V|k) = P_{1238}(Z_k \geq \text{número de centros con } k \text{ máquinas que tuvieron al menos una coincidencia de votos})$$

Los p -valores en anaranjado marcan coincidencias extrañas, en las que más del 99.9% de las simulaciones estuvieron por debajo de las correspondientes a los datos oficiales. Los p -valores en rojo marcan coincidencias extremas. En estos casos, en ninguna simulación se observaron tantos centros con al menos una coincidencia como los observados en la votación del 15 de agosto.

De la lectura de la tabla de p -valores se desprenden las siguientes conclusiones:

1. Las repeticiones observadas en votos por el SI y en el número de votantes por máquina de un mismo centro fueron considerablemente mayores que las esperadas. Esto puede corresponder a la observación de un fenómeno extraño, pero probable.
2. Las repeticiones observadas de votos por el NO son absolutamente verosímiles y en muchos casos cercanas a las esperadas.

3. Las repeticiones observadas en votos por el SI en centros son 4 máquinas y las del número de votantes en centros con 6 máquinas son casos extremos en nuestro análisis. En estos casos no podemos aceptar la hipótesis de que estas repeticiones sean producto del azar.

4. Observaciones finales

Algunos voceros del oficialismo, de la oposición y de la observación internacional, han especulado ante la opinión pública acerca de las repeticiones observadas en distintas máquinas de votación, durante el referéndum revocatorio venezolano. El informe de Felten *et al* [1] concluye, que si bien estas repeticiones fueron considerablemente mayores que las esperadas, no existe evidencia empírica de que sean un caso extremo. Aun cuando la metodología usada por estos autores es apropiada, ellos basan su análisis en un supuesto que es precisamente uno de los puntos que está en discusión. Ellos asumen que el número de votantes a cada máquina fue asignado aleatoriamente. Nosotros mostramos evidencias empíricas que no permiten aceptar esta hipótesis. Por otro lado, ellos no toman en cuenta el problema de *enmascaramiento* que puede producirse al considerar repeticiones totales (en todos los centros) por votación. Nuestro análisis categórico, agrupando centros que tengan igual número de máquinas, permite *descubrir* casos extremos en centros con 4 y 6 máquinas.

En este trabajo, hemos mostrado evidencias empíricas que no nos permiten aceptar la hipótesis de que el fenómeno de repeticiones observado en el acto de votación es producto del azar. Nuestro único propósito fue liquidar esta duda, y al respecto nuestro estudio es concluyente. No hemos estudiado el problema de coincidencias entre centros, el cual también se observó y fue ampliamente reseñado por los medios de comunicación. Este es un problema estadístico mucho más difícil que el que concluimos y exige enfoques más creativos. Esfuerzos en esa dirección deben concretarse, pues creemos que las soluciones a este problema puede arrojar luces adicionales sobre las hipótesis de intervención del proceso.

Agradecimientos. R. Jiménez quiere agradecerle a Adolfo Quiroz por sus enriquecedoras conversaciones durante los días de redacción final de este trabajo.

Referencias

- [1] Felten, E., Rubin, A., and A. Stubblefield (2004). Analysis of Voting Data from the Recent Venezuela Referendum. En <http://www.venezuela-referendum.com/>